Zadatak 001 (Stjepan, tehnička škola)

Napiši zadanu funkciju bez znaka apsolutne vrijednosti: f(x) = 5 · | 3 – x | + 4x + 3.

Rješenje 001

Apsolutna vrijednost realnog broja x definira se

$$|x|=\begin{cases} x, & x>0 \\ 0, & x=0 \\ -x, & x<0 \end{cases} \quad \text{ili} \quad |x|=\begin{cases} x, & x\geq 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}.$$

Ako je broj x pozitivan broj, onda ga prepišemo: | x | = x, | 7 | = 7.

Ako je broj x negativan broj, onda ga pišemo s minusom: | x | = – x, | – 4 | = – (– 4) = 4.

$$f(x) = 5 \cdot |3 - x| + 4x + 3.$$

Prvo pretpostavimo da je izraz pod znakom apsolutne vrijednosti, 3 – x, pozitivan: 3 – x ≥ 0.

Riješimo nejednadžbu kako bismo odredili za koje x je to ispunjeno:

$$3 - x \geq 0 \;\Rightarrow\; -x \geq -3 \;\Rightarrow\; -x \geq -3 \;/\cdot(-1) \;\Rightarrow\; x \leq 3.$$

Dakle, za x ≤ 3 je 3 – x ≥ 0 pa je | 3 – x | = 3 – x.

$$f(x) = 5 \cdot |3 - x| + 4x + 3 = 5 \cdot (3 - x) + 4x + 3 = 15 - 5x + 4x + 3 = -x + 18.$$

Zatim pretpostavimo da je izraz pod znakom apsolutne vrijednosti, 3 – x, negativan: 3 – x < 0.

Iznovice riješimo nejednadžbu kako bismo odredili za koje x je to ispunjeno:

$$3 - x < 0 \;\Rightarrow\; -x < -3 \;\Rightarrow\; -x < -3 \;/\cdot(-1) \;\Rightarrow\; x > 3.$$

Dakle, za x > 3 je 3 – x < 0 pa je | 3 – x | = – (3 – x) = x – 3.

$$f(x) = 5 \cdot |3 - x| + 4x + 3 = 5 \cdot (x - 3) + 4x + 3 = 5x - 15 + 4x + 3 = 9x - 12.$$

Rezultat se obično piše:

$$f(x)=\begin{cases} -x+18, & x\leq 3 \\ 9x-12, & x>3. \end{cases}$$

Vježba 001

Napiši zadanu funkciju bez znaka apsolutne vrijednosti: f(x) = 4 · | 2x – 6 | – 6x + 26.

Rezultat: $$f(x)=\begin{cases} 2x+2, & x\geq 3 \\ -14x+50, & x<3. \end{cases}$$

Zadatak 002 (Miroslav, tehnička škola)

Izračunaj:

$$\frac{\left|3-\sqrt{3}\right|-\left|5-\sqrt{27}\right|}{\left|\sqrt{27}-3\right|+\left|1-\sqrt{3}\right|}.$$

Rješenje 002

Ako je x pozitivan broj, x > 0, vrijedi: $|x| = x$.
Ako je x negativan broj, x < 0, vrijedi: $|x| = -x$.

Zato pišemo:

$$\frac{\left|3-\sqrt{3}\right|-\left|5-\sqrt{27}\right|}{\left|\sqrt{27}-3\right|+\left|1-\sqrt{3}\right|}=\frac{3-\sqrt{3}-\left(-5+\sqrt{27}\right)}{\sqrt{27}-3+\left(-1+\sqrt{3}\right)}=\frac{3-\sqrt{3}+5-\sqrt{27}}{\sqrt{27}-3-1+\sqrt{3}}=\frac{3-\sqrt{3}+5-\sqrt{9\cdot 3}}{\sqrt{9\cdot 3}-3-1+\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{3-\sqrt{3}+5-3\sqrt{3}}{3\sqrt{3}-3-1+\sqrt{3}}=\frac{8-4\sqrt{3}}{-4+4\sqrt{3}}=\frac{4\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)}{4\cdot\left(-1+\sqrt{3}\right)}=\frac{2-\sqrt{3}}{-1+\sqrt{3}}\cdot\frac{-1-\sqrt{3}}{-1-\sqrt{3}}=\frac{-2-2\sqrt{3}-\sqrt{3}+3}{(-1)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=$$

$$=\frac{-2-2\sqrt{3}-\sqrt{3}+3}{(-1)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{1-\sqrt{3}}{1-3}=\frac{1-\sqrt{3}}{-2}=-\frac{1-\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}.$$

Vježba 002

Izračunaj: $\left|\sqrt{3}-\left|-3\right|\right|$.

Rezultat: $3-\sqrt{3}$.

Zadatak 003 (Iva, gimnazija)

Riješi jednadžbu: $|2x-3|=7$.

Rješenje 003

Apsolutna vrijednost realnog broja x definira se:

$$|x|=\begin{cases} x, & x>0 \\ 0, & x=0 \\ -x, & x<0 \end{cases} \quad \text{ili} \quad |x|=\begin{cases} x, & x\ge 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}.$$

Uoči da za $|x|=5$ je: $x_1=5$ i $x_2=-5$.

Za jednadžbu $|2x-3|=7$ tada vrijedi:

2x – 3 = 7	**2x – 3 = – 7**
$2x=7+3$ $2x=10$ **/ : 2** $x_1=5$	$2x-3=-7+3$ $2x=-4$ **/ : 2** $x_2=-2$

Vježba 003

Riješi jednadžbu: $|x+5|=2$.

Rezultat: $x_1=-3$, $x_2=-7$.

Zadatak 004 (Ivana, hotelijerska škola)

Koliki je umnožak rješenja jednadžbe: $7-2\cdot|x|=1$?

Rješenje 004

Apsolutna vrijednost realnog broja x definira se

$$|x|=\begin{cases} x, & x>0 \\ 0, & x=0 \\ -x, & x<0 \end{cases} \quad \text{ili} \quad |x|=\begin{cases} x, & x\ge 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}.$$

Ako je broj x pozitivan broj, onda ga prepišemo: $|x|=x$, $|7|=7$.

Ako je broj x negativan broj, onda ga pišemo s minusom: $|x|=-x$, $|-7|=-(-7)=7$.

Računamo:

$$7-2\cdot|x|=1 \Rightarrow -2\cdot|x|=1-7 \Rightarrow -2\cdot|x|=-6 \;/:(-2) \Rightarrow |x|=3 \Rightarrow x_1=3,\; x_2=-3.$$

Umnožak rješenja iznosi: $x_1\cdot x_2=3\cdot(-3)=-9$.

Vježba 004

Koliki je umnožak rješenja jednadžbe: $5-2\cdot|x|=1$?

Rezultat: -4.

Zadatak 005 (Ivan, tehnička škola)

Broj nultočaka funkcije $f(x) = \left| x - 5 + |x - 2| \right| - |x - 1|$ je

A. 1 B. 3 C. 4 D. 6 E. 8

Rješenje 005

Apsolutna vrijednost realnog broja x definira se

$$|x| = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases} \quad \text{ili} \quad |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}.$$

Ako je broj x pozitivan broj, onda ga prepišemo: | x | = x, | 7 | = 7.

Ako je broj x negativan broj, onda ga pišemo s minusom: | x | = – x, | – 4 | = – (– 4) = 4.

Iz zadane jednadžbe slijedi

$$\left| x-5+|x-2| \right| - |x-1| = 0 \Rightarrow \left| x-5+|x-2| \right| = |x-1|.$$

I.

$$\left| x-5+|x-2| \right| = |x-1| \Rightarrow x-5+|x-2| = x-1 \Rightarrow |x-2| = -1+5 \Rightarrow |x-2| = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2=4 \\ x-2=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = -2 \end{cases}.$$

Proba:

$$\left.\begin{matrix} x_1 = 6 \\ \left| x-5+|x-2| \right| = |x-1| \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left| 6-5+|6-2| \right| = |6-1| \Rightarrow \left| 1+|4| \right| = |5| \Rightarrow |1+4| = |5| \Rightarrow 5=5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 \text{ je rješenje.}$$

$$\left.\begin{matrix} x_1 = -2 \\ \left| x-5+|x-2| \right| = |x-1| \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left| -2-5+|-2-2| \right| = |-2-1| \Rightarrow \left| -7+|-4| \right| = |-3| \Rightarrow |-7+4| = |-3| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3=3 \Rightarrow x_2 \text{ je rješenje.}$$

II.

$$\left| x-5+|x-2| \right| = |x-1| \Rightarrow x-5+|x-2| = -(x-1) \Rightarrow x-5+|x-2| = -x+1 \Rightarrow |x-2| = -2x+6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2=-2x+6 \\ x-2=-(-2x+6) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2=-2x+6 \\ x-2=2x-6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x=8 \\ -x=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_3 = \frac{8}{3} \\ x_4 = 4 \end{cases}.$$

Proba:

$$\left.\begin{matrix} x_3 = \frac{8}{3} \\ \left| x-5+|x-2| \right| = |x-1| \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left| \frac{8}{3}-5+\left|\frac{8}{3}-2\right| \right| = \left|\frac{8}{3}-1\right| \Rightarrow \left| -\frac{7}{3}+\left|\frac{2}{3}\right| \right| = \left|\frac{5}{3}\right| \Rightarrow \left| -\frac{5}{3} \right| = \left|\frac{5}{3}\right| \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_3 \text{ je rješenje.}$$

$$\left.\begin{matrix} x_4 = 4 \\ \left| x-5+|x-2| \right| = |x-1| \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left| 4-5+|4-2| \right| = |4-1| \Rightarrow \left| -1+|2| \right| = |3| \Rightarrow |-1+2| = |3| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \neq 3 \Rightarrow x_4 \text{ nije rješenje.}$$

Broj nultočaka je 3. Odgovor je pod B.

Vježba 005

Koliki je broj nultočaka funkcije $f(x) = |x - 5| - |x - 1|$?

Rezultat: 1.

Zadatak 006 (1A, hotelijerska škola)

Riješi jednadžbu: 2x – | x | = 3.

Rješenje 006

Apsolutna vrijednost realnog broja x definira se

$$|x|=\begin{cases} x, & x>0 \\ 0, & x=0 \\ -x, & x<0 \end{cases} \quad \text{ili} \quad |x|=\begin{cases} x, & x\ge 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}.$$

Ako je broj x pozitivan broj, onda ga prepišemo: | x | = x, | 7 | = 7.
Ako je broj x negativan broj, onda ga pišemo s minusom: | x | = – x, | – 4 | = – (– 4) = 4.

- $x\ge 0 \Rightarrow |x|=x \Rightarrow 2x-x=3 \Rightarrow x=3.$
- $x<0 \Rightarrow |x|=-x \Rightarrow 2x-(-x)=3 \Rightarrow 2x+x=3 \Rightarrow 3x=3 \;/:3 \Rightarrow x=1$ (nije rješenje).

Vježba 006

Riješi jednadžbu: 2x – | x | = 6.

Rezultat: x = 6.

Zadatak 007 (2A, hotelijerska škola)

Riješi jednadžbu $||x|-3|=1.$

Rješenje 007

Apsolutna vrijednost realnog broja x definira se

$$|x|=\begin{cases} x, & x>0 \\ 0, & x=0 \\ -x, & x<0 \end{cases} \quad \text{ili} \quad |x|=\begin{cases} x, & x\ge 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}.$$

Ako je broj x pozitivan broj, onda ga prepišemo: | x | = x, | 3 | = 3.
Ako je broj x negativan broj, onda ga pišemo s minusom: | x | = – x, | – 2 | = – (– 2) = 2.
Uporabom definicije modula dobivamo dvije jednadžbe:

$$||x|-3|=1 \Rightarrow \begin{cases} |x|-3=1 \\ |x|-3=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x|=4 \\ |x|=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{1,2}=\pm 4 \\ x_{3,4}=\pm 2. \end{cases}$$

Vježba 007

Riješi jednadžbu $||x|-3|=2.$

Rezultat: $x_{1,2}=\pm 5,\; x_{3,4}=\pm 1.$

Zadatak 008 (2A, hotelijerska škola)

Izračunajte $\left|\sqrt{2}-|-2|\right|.$

Rješenje 008

Apsolutna vrijednost realnog broja x definira se

$$|x|=\begin{cases} x, & x>0 \\ 0, & x=0 \\ -x, & x<0 \end{cases} \quad \text{ili} \quad |x|=\begin{cases} x, & x\ge 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}.$$

Ako je broj x pozitivan broj, onda ga prepišemo: | x | = x, | 9 | = 9.
Ako je broj x negativan broj, onda ga pišemo s minusom: | x | = – x, | – 9 | = – (– 9) = 9.
Uporabom definicije modula dobije se:

$$\left|\sqrt{2}-|-2|\right|=\Big|\underbrace{\sqrt{2}-2}_{\text{negativno}}\Big|=-\left(\sqrt{2}-2\right)=2-\sqrt{2}.$$

Vježba 008

Izračunajte $\left|\sqrt{3}-\left|-3\right|\right|$.

Rezultat: $3-\sqrt{3}.$

Zadatak 009 (2A, hotelijerska škola)

Ako je $x<-1$ izračunajte $\left|1-\left|1-\left|1-x\right|\right|\right|$.

Rješenje 009

Apsolutna vrijednost realnog broja x definira se

$$|x|=\begin{cases} x, & x>0 \\ 0, & x=0 \\ -x, & x<0 \end{cases} \quad \text{ili} \quad |x|=\begin{cases} x, & x\geq 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}.$$

Ako je broj x pozitivan broj, onda ga prepišemo: | x | = x, | 9 | = 9.
Ako je broj x negativan broj, onda ga pišemo s minusom: | x | = – x, | – 9 | = – (– 9) = 9.

Uočimo da vrijedi:

$$x<-1 \Rightarrow x<-1 \; / \cdot(-1) \Rightarrow -x>1 \; /+1 \Rightarrow 1-x>2, \qquad (1)$$

$$x<-1 \; /+1 \Rightarrow 1+x<0. \qquad (2)$$

Sada računamo:

$$\left|1-\left|1-\left|1-x\right|\right|\right|=\left[\text{zbog (1)}\right]=\left|1-\left|1-(1-x)\right|\right|=\left|1-\left|1-1+x\right|\right|=\left|1-\left|x\right|\right|=\left|1-(-x)\right|=\left|1+x\right|=$$

$$=\left[\text{zbog (2)}\right]=-(1+x)=-1-x.$$

Vježba 009

Ako je $x<-1$ izračunajte $\left|x+1\right|$.

Rezultat: – 1 – x.

Zadatak 010 (Ivan, gimnazija)

Neka je a∈ R. Koliko je $\sqrt{(-a)^2}$?

Rješenje 010

$$\sqrt{(-a)^2}=\sqrt{a^2}=|a|.$$

Vježba 010

Neka je a∈ R. Koliko je $a\cdot\sqrt{(-a)^2}$?

Rezultat: $a\cdot|a|.$

Zadatak 011 (Ivan, gimnazija)

Koliki je broj rješenja jednadžbe:

$$2x+|x-5|=7?$$

Rješenje 011

Iz x – 5 = 0 nalazimo karakterističnu točku modula (apsolutne vrijednosti):

$$x-5=0 \Rightarrow x=5.$$

Za x manje od 5 izraz x – 5 je negativan, za x veće od 5 izraz x – 5 je pozitivan. Imamo dva slučaja:

x < 5, $\lvert x-5\rvert=-(x-5)=-x+5$	x > 5, $\lvert x-5\rvert=x-5$
2x – x + 5 = 7 x = 7 – 5 x = 2 (rješenje)	2x + x – 5 = 7 3x = 12 / : 3 x = 4 (nije rješenje)

Jednadžba ima jedno rješenje.

Vježba 011

Koliki je broj rješenja jednadžbe:

$$2x + |x - 5| = 13?$$

Rezultat: Jednadžba ima jedno rješenje.

Zadatak 012 (Maja, gimnazija)

Koliko je $\left|1-\left|1-x\right|\right|$ za $0<x<1$?

Rješenje 012

Iz 0 < x < 1 slijedi 1 – x > 0 pa možemo pisati:

$$\left|1-\left|\underbrace{1-x}_{+}\right|\right|=\left|1-(1-x)\right|=\left|1-1+x\right|=\left|x\right|=x.$$

Vježba 012

Koliko je $\left|1-\left|1-x\right|\right|$ za $x=1$?

Rezultat: 1.

Zadatak 013 (Maja, gimnazija)

Koliko je $\left|\left|x+1\right|-2\right|$ za $-1<x<0$?

Rješenje 013

Iz – 1 < x < 0 slijedi:

$$-1-x<0 \;/\cdot(-1) \;\Rightarrow\; x+1>0$$

pa možemo pisati:

$$\left|\left|\underbrace{x+1}_{+}\right|-2\right|=\left|x+1-2\right|=\left|x-1\right|=\begin{bmatrix} x<0 \\ x-1<0 \end{bmatrix}=-(x-1)=-x+1=1-x.$$

Vježba 013

Koliko je $\left|\left|x+1\right|-2\right|$ za $x=-3$?

Rezultat: 0.

Zadatak 014 (Maja, gimnazija)

Izračunaj: $\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{2}-2\right)^2}+\sqrt{\left(2\cdot\sqrt{2}-3\right)^2}$.

Rješenje 014

$$\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{2}-2\right)^2}+\sqrt{\left(2\cdot\sqrt{2}-3\right)^2}=\left[\sqrt{a^2}=|a|\right]=\left|\underbrace{1-\sqrt{2}}_{+}\right|-\left|\underbrace{\sqrt{2}-2}_{+}\right|+\left|\underbrace{2\cdot\sqrt{2}-3}_{+}\right|=$$

$$=-\left(1-\sqrt{2}\right)-\left(-\left(\sqrt{2}-2\right)\right)-\left(2\cdot\sqrt{2}-3\right)=-1+\sqrt{2}+\sqrt{2}-2-2\cdot\sqrt{2}+3=0.$$

Vježba 014

Izračunaj: $\sqrt{\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2}$.

Rezultat: 0.

Zadatak 015 (Maja, gimnazija)

Napiši zadani izraz tako da ne koristiš oznaku apsolutne vrijednosti (modula): $x + |2x|$.

Rješenje 015

Iz 2x = 0 nalazimo karakterističnu točku apsolutne vrijednosti (modula):

$$2x=0 \;\Rightarrow\; x=0.$$

Naime, za x manje od 0 izraz 2x je negativan, a za x veće od 0, izraz 2x je pozitivan. Imamo dva slučaja:

x < 0, $\lvert 2x \rvert = -2x$	x ≥ 0, $\lvert 2x \rvert = 2x$
$x + \lvert 2x \rvert = x - 2x = -x$	$x + \lvert 2x \rvert = x + 2x = 3x$

Zadani izraz možemo još ovako zapisati:

$$x+\lvert 2x\rvert=\begin{cases}-x\ ,\ x<0\\ 3x\ ,\ x\geq 0\end{cases}\qquad \text{ili}\qquad x+\lvert 2x\rvert=\begin{cases}-x\ ,\ x\in\langle -\infty, 0\rangle\\ 3x\ ,\ x\in[0, +\infty\rangle.\end{cases}$$

Vježba 015

Napiši zadani izraz tako da ne koristiš oznaku apsolutne vrijednosti (modula): $x + \lvert 3x \rvert$.

Rezultat:
$$x+\lvert 3x\rvert=\begin{cases}-2x\ ,\ x<0\\ 4x\ ,\ x\geq 0\end{cases}\qquad \text{ili}\qquad x+\lvert 3x\rvert=\begin{cases}-2x\ ,\ x\in\langle -\infty, 0\rangle\\ 4x\ ,\ x\in[0, +\infty\rangle.\end{cases}$$

Zadatak 016 (Maja, gimnazija)

Napiši zadani izraz tako da ne koristiš oznaku apsolutne vrijednosti (modula): $\lvert x\rvert^2+x^2$.

Rješenje 016

Budući da za apsolutnu vrijednost ili modul realnog broja vrijedi:

$$\left\lvert x^2\right\rvert=\lvert x\rvert^2=x^2,$$

slijedi:

$$\lvert x\rvert^2+x^2=x^2+x^2=2\cdot x^2.$$

Vježba 016

Napiši zadani izraz tako da ne koristiš oznaku apsolutne vrijednosti (modula): $\lvert x\rvert^2-x^2$.

Rezultat: 0.

Zadatak 017 (Maja, gimnazija)

Dana je funkcija $f(x)=\sqrt{x^2+4\cdot x+4}+\sqrt{x^2-4\cdot x+4}$. Koliko je f(x) za $-2 < x < 2$?

Rješenje 017

Najprije napišimo funkciju na sljedeći način:

$$f(x)=\sqrt{x^2+4\cdot x+4}+\sqrt{x^2-4\cdot x+4}=\sqrt{(x+2)^2}+\sqrt{(x-2)^2}=\lvert x+2\rvert+\lvert x-2\rvert.$$

Za $x\in\langle -2, 2\rangle$ je:

$$f(x)=\Big\lvert \underbrace{x+2}_{+}\Big\rvert+\Big\lvert \underbrace{x-2}_{-}\Big\rvert=x+2-(x-2)=x+2-x+2=4.$$

Vježba 017

Dana je funkcija $f(x)=\sqrt{x^2+4\cdot x+4}+\sqrt{x^2-4\cdot x+4}$. Koliko je f(x) za $-1 < x < 1$?

Rezultat: $f(x)=4.$

Zadatak 018 (Maja, gimnazija)

Izračunaj tako da prvo razlomak napišeš bez oznake apsolutne vrijednosti: $\dfrac{3\cdot x^2-x^3+9\cdot\lvert x-3\rvert}{(x+3)\cdot\lvert x-3\rvert}.$

Rješenje 018

Iz $x - 3 = 0$ nalazimo karakterističnu točku apsolutne vrijednosti (modula):

$$x-3=0\ \Rightarrow\ x=3.$$

Naime, za x manje od 3 izraz x – 3 je negativan, a za x veće od 3, izraz x – 3 je pozitivan.

Za x > 3 dobivamo:

$$x > 3 \Rightarrow x-3>0 \Rightarrow \left.\begin{matrix} \dfrac{3\cdot x^2 - x^3 + 9\cdot|x-3|}{(x+3)\cdot|x-3|} \\ |x-3| = x-3 \end{matrix}\right\} = \frac{3\cdot x^2 - x^3 + 9\cdot(x-3)}{(x+3)\cdot(x-3)} =$$

$$= \frac{-x^2\cdot(x-3)+9\cdot(x-3)}{(x+3)\cdot(x-3)} = \frac{(x-3)\cdot\left(9-x^2\right)}{(x+3)\cdot(x-3)} = \frac{9-x^2}{x+3} = \frac{(3+x)\cdot(3-x)}{x+3} = 3-x.$$

Za x < 3 dobivamo:

$$x < 3 \Rightarrow x-3<0 \Rightarrow \left.\begin{matrix} \dfrac{3\cdot x^2 - x^3 + 9\cdot|x-3|}{(x+3)\cdot|x-3|} \\ |x-3| = -(x-3) = -x+3 \end{matrix}\right\} = \frac{3\cdot x^2 - x^3 + 9\cdot(-x+3)}{(x+3)\cdot(-x+3)} =$$

$$= \frac{3\cdot x^2 - x^3 - 9\cdot x + 27}{(x+3)\cdot(3-x)} = \frac{x^2\cdot(3-x)+9\cdot(3-x)}{(x+3)\cdot(3-x)} = \frac{(3-x)\cdot\left(x^2+9\right)}{(x+3)\cdot(3-x)} = \frac{x^2+9}{x+3}.$$

Za x = 3 izraz nije definiran.

Vježba 018

Izračunaj tako da prvo razlomak napišeš bez oznake apsolutne vrijednosti: $\dfrac{|x-3|}{x-3}$.

Rezultat: $\dfrac{|x-3|}{x-3} = \begin{cases} 1, \text{ za } x > 3 \\ -1, \text{ za } x < 3 \\ \text{nije definiran za } x = 3 \end{cases}$

Zadatak 019 (Maja, gimnazija)

Izračunaj vrijednost brojevnog izraza $\big||x+1|-1\big|$ za $x = 1-\sqrt{2}$.

Rješenje 019

Uvrštavanjem $x = 1-\sqrt{2}$ u zadani izraz dobije se:

$$\big||x+1|-1\big| = \Big|\big|1-\sqrt{2}+1\big|-1\Big| = \Big|\big|\underbrace{2-\sqrt{2}}_{+}\big|-1\Big| = \big|2-\sqrt{2}-1\big| = \big|\underbrace{1-\sqrt{2}}_{-}\big| = -\left(1-\sqrt{2}\right) = \sqrt{2}-1.$$

Vježba 019

Izračunaj vrijednost brojevnog izraza $\big||x+1|-1\big|$ za $x = \sqrt{2}-1$.

Rezultat: $2-\sqrt{2}$.

Zadatak 020 (Maja, gimnazija)

Riješi jednadžbu: $\big||x-2|-1\big| = 3$.

Rješenje 020

Budući da suprotni brojevi imaju jednaku apsolutnu vrijednost, pišemo:

$$\big||x-2|-1\big| = 3 \Rightarrow \left.\begin{matrix} |x-2|-1 = 3 \\ |x-2|-1 = -3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} |x-2| = 4 \\ |x-2| = -2 \ (\text{nema smisla}) \end{matrix}\right\} \Rightarrow |x-2| = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} x-2 = 4 \\ x-2 = -4 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x_1 = 6 \\ x_2 = -2 \end{matrix}\right\}.$$

Vježba 020

Riješi jednadžbu: $\big||x-1|-1\big| = 3$.

Rezultat: $x_1 = 5$, $x_2 = -3$.